Кухтенко Елена Анатольевна, учитель математики высшей категории МБОУ гимназии № 1 города Армавира Краснодарского края

Методика обучения решению текстовых задач.

Приступая к решению какой-либо задачи, необходимо узнать – какого она вида. Ведь зная вид задачи, в большинстве случаев получаем и способ её решения. При работе над задачей следует выделить следующие этапы:

1. анализ условия задачи;
2. схематическую запись задачи; поиск способа решения;
3. осуществление решения задачи;
4. исследование задачи (можно ли предложить другое решение);
5. проверка решения.

На первом этапе учащимся можно предложить работу по следующим вопросам.

1. Какого типа эта задача?
2. О каких объектах идет речь?
3. Какими величинами характеризуются связи между объектами? Какова связь между величинами?
4. Уточните известные и неизвестные величины.
5. Какая связь существует в задаче между соответствующими неизвестными величинами?
6. Какая величина в задаче является искомой?

Рассмотрим **задачу.** Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 60 км, выехал автобус, а через 20 минут вслед за ним выехал легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости автобуса. Автобус пришел в пункт В на 10 минут позже легкового автомобиля. Найти скорости автобуса и легкового автомобиля.

I этап. Анализ условия задачи.

Деятельность учителя	Деятельность ученика
1. Какого типа эта задача?	Задача на движение.
2. О каких объектах идет речь в задаче?	Об автобусе и легковом автомобиле.
3. Какими величинами характеризуется движение этих объектов?	Скоростью, временем, расстоянием.
4. Какова связь между этими величинами?	$S = vt$.
5. Что в задаче известно о движении автобуса?	1) Его скорость на 20км/ч меньше скорости легкового автомобиля. 2) Он вышел из п. А на 20 минут раньше, а прибыл в п. В на 10 минут позже, т.е. он был в пути на 30 минут больше, чем легковой автомобиль. 3) Он прошел 60 км.
6. Что в задаче известно о движении легкового автомобиля?	1)Его скорость на 20 км/ч больше скорости автобуса. 2) Он был в пути на 30 минут меньше, чем автобус. 3) Он прошел 60 км.
7. Уточните известные и неизвестные величины.	Известно расстояние, неизвестны время и скорость.
8. Какая связь существует в задаче между соответствующими неизвестными величинами?	1) Скорость легкового автомобиля на 20 км/ч скорости автобуса. 2) Автобус был в пути на 30 минут больше,

	чем легковой автомобиль.
9. Какая неизвестная величина в задаче является искомой?	Скорость автобуса и скорость легкового автомобиля.
10. Отбросив несущественную информацию, как можно переформулировать задачу в более удобную для поиска решения форму?	Скорость автобуса на 20 км/ч меньше скорости легкового автомобиля, время движения автобуса на 30 мин = 0,5 ч больше времени движения легкового автомобиля. Автобус и легковой автомобиль проехали одинаковое расстояние, равное 60 км. Требуется определить скорости автобуса и легкового автомобиля.

II этап. Схематическая запись задачи.

величины	Скорость, (км/ч)	Время, (ч)	Расстояние, (км)
Автобус	?, на 20 км/ч меньше	?, на 05ч больше	60 км
Легковой автомобиль	?	?	60 км

III этап. Поиск способа решения задачи.

Деятельность учителя	Деятельность ученика
1. Что нужно найти в задаче?	Скорости автобуса и легкового автомобиля.
2. Какое неизвестное обозначим за x и почему?	За x обозначим скорость автобуса, т.к. она меньше.
3. Как тогда можно выразить другие неизвестные величины через x?	Скорость легкового автомобиля: $(x + 20)$ км/ч Время движения автобуса: $\frac{60}{x}$ ч. Время движения легкового автомобиля: $\frac{60}{x+20}$ ч.
4. Как связаны между собой время движения автобуса и время движения автомобиля?	Время движения автобуса $\frac{60}{x}$ ч больше времени движения автомобиля $\frac{60}{x+20}$ на 0,5 ч.

IV этап. Осуществление решения задачи.

Пусть x *км/ч* – скорость движения автобуса, тогда $(x+20)$км/ч – скорость легкового автомобиля. $\frac{60}{x}$ ч – время движения автобуса, $\frac{60}{x+20}$ ч – время движения легкового автомобиля. По условию задачи время движения автобуса больше времени движения автомобиля на ($\frac{60}{x}-\frac{60}{x+20}$) ч или на 0,5ч.Составим и решим уравнение: $\frac{60}{x}-\frac{60}{x+20}=0{,}5$;

$$\frac{120(x+20)-120x-x(x+20)}{2x(x+20)}=0;$$

$$\frac{-x^2-20x+2400}{2x(x+20)}=0;$$

$$\begin{cases} x^2+20x-2400=0 \\ 2x(x+20)\neq 0 \end{cases}$$

$$x^2+20x-2400=0; x_1=40; x_2=-60.$$

Оба корня удовлетворяют решению системы и, следовательно, уравнение имеет два корня: 40 и -60. Условию задачи удовлетворяет один корень, т.к. скорость не может быть отрицательной. Итак, скорость автобуса 40 км/ч, скорость легкового автомобиля 60 км/ч.
Ответ: 40 км/ч, 60 км/ч.

I. Задачи на движение.
Равномерное движение по прямой.

Примем следующие допущения:

1. Движение на отдельных участках считается равномерным; при этом пройденный путь определяется по формуле ***S* = *vt***.
2. Повороты движущихся тел считаются мгновенными, т.е. происходят без затрат времени; скорость при этом также меняется мгновенно.
3. Если тело движется по течению реки, то его скорость ***w*** (относительно берега) слагается из скорости тела в стоячей воде **u** (собственной скорости тела) и скорости течения реки **v: *w* = *u*+*v*.** Если тело движется против течения реки, то его скорость(относительно берега) ***w* = *u* – *v*.** Если в условии задачи речь идет о движении плотов, то полагают, что плот движется со скоростью течения реки.

В задачах на равномерное движение иногда встречается условие, состоящее в том, что-либо два тела движутся навстречу друг другу, либо одно тело догоняет другое. Если при этом расстояние между телами равно *S*, а скорости тел равны v_1 и v_2, то

1. при движении тел навстречу друг другу время, через которое они встречаются, равно $\frac{S}{v_1+v_2}$;
2. при движении тел в одну сторону ($v_1 > v_2$) время, через которое первое тело догонит второе, равно $\frac{S}{v_1-v_2}$.

При решении текстовых задач на движение прежде всего необходимо решить вопрос о том, для каких неизвестных составлять уравнение или систему уравнений. В основу выбора неизвестных может быть положен следующий принцип: неизвестные следует вводить так, чтобы с помощью уравнений наиболее просто записать имеющиеся в задаче условия. При этом вовсе не обязательно, чтобы величина, которую необходимо найти, содержалась среди выбранных неизвестных. Как правило, при таком выборе неизвестных искомая величина будет представлять собой некую комбинацию введенных неизвестных, для нахождения которой нет необходимости определять по отдельности все входящие в нее неизвестные.

В задачах на движение в качестве неизвестных обычно бывает удобно выбирать расстояние (если оно не задано) и скорости движущихся объектов, фигурирующих в условии задачи.

Задача 1. Из города А в город В выезжает велосипедист, а через три часа после его выезда из В выезжает навстречу ему мотоциклист, скорость которого в три раза больше скорости велосипедиста. Велосипедист и мотоциклист встречаются посередине между А и В. Если бы мотоциклист выехал не через три, а через два часа после велосипедиста, то встреча произошла бы на 15 км ближе к А. найти расстояние между А и В.

Решение. Пусть искомое расстояние между пунктами А и В равно x, км; скорость велосипедиста равна y, км/ч. тогда скорость мотоциклиста $3y$, км/ч. время, затраченное велосипедистом до места встречи $\frac{x}{2}:y=\frac{x}{2y}, ч$. Время, затраченное мотоциклистом до места встречи равно $\frac{x}{2}:3y=\frac{x}{6y}, ч$. Так как мотоциклист выехал на 3 часа позже, чем велосипедист, то: $\frac{x}{2y}-\frac{x}{6y}=3$ (1)

Если бы мотоциклист выехал через 2 ч после велосипедиста, то встреча произошла бы на 15 км ближе к А, т.е.

$\frac{0{,}5x-15}{y}=\frac{0{,}5x+15}{3y}+2$ (2). Решая систему уравнений, состоящую из уравнений (1) и (2), получим:

$\begin{cases} x=9y \\ x=60+6y \end{cases}$; $\begin{cases} y=20 \\ x=180 \end{cases}$. Итак, расстояние между пунктами А и В равно 180 км.

Ответ: 180 км.

Задача 2. От пристани отправился по течению реки плот. Через 5 ч 20 мин вслед за плотом от той же пристани отправилась моторная лодка, которая догнала плот, пройдя 20 км. Какова скорость плота, если известно, что собственная скорость моторной лодки больше скорости плота на 9 км/ч?

Решение. Пусть собственная скорость лодки (т.е.скорость в стоячей воде) x, км/ч, а скорость течения реки y, км/ч. По условию задачи $x>y$ на 9 км/ч, т.е. $x-y=9$.

Моторная лодка, двигаясь по течению реки, прошла 20 км за время $\frac{20}{x+y}$ *ч;* плот прошёл 20 км за $\frac{20}{y}$ *ч.* Т.к. $\frac{20}{y}>\frac{20}{x+y}$ на 5 ч 20 мин $=\frac{16}{3}$ часа, то $\frac{20}{y}-\frac{20}{x+y}=\frac{16}{3}$.

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x=9+y, \\ \frac{20}{y}-\frac{20}{2y+9}=\frac{16}{3}; \end{cases}$$

Решая второе уравнение системы отдельно, получим $y_1=3, y_2=-\frac{45}{8}$. Так как скорость величина положительная то $\frac{-45}{8}$ не удовлетворяет условию задачи. Итак, 3 км/ч – скорость течения реки, а также скорость плота.

Ответ: 3 км/ч.

Задача 3. Две автомашины выехали одновременно из одного и того же пункта и едут в одном и том же направлении. Одна машина едет со скоростью 50 км/ч, другая – 40 км/ч. Спустя полчаса из того же пункта в том же направлении выехала третья машина, которая обогнала первую машину на 1 час 30 минут позже, чем вторую. Найти скорость третьей машины.

Решение .

	Скорость, (км/ч)	Время, (ч)	Расстояние, (км)
2 автомобиль	*40*	y + 0,5	*40(y + 0,5)*
3 автомобиль	x	y	xy

К моменту встречи 2 и 3 машин, обе прошли равное расстояние, т.е. 40(*y + 0,5) = xy.*

	Скорость, (км/ч)	Время, (ч)	Расстояние, (км)
1 автомобиль	*50*	*y + 2*	*50(y + 2)*
3 автомобиль	*x*	*y + 1,5*	*x(y + 1,5)*

К моменту встречи 1 и 3 автомобилей, оба прошли равные расстояния, т.е. *50(y + 2)=x(y+1,5).* Составим систему уравнений.

$$\begin{cases} 40(y+0{,}5) = yx, \\ 50(y+2) = x(y+1{,}5); \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \dfrac{50y+100}{y+1{,}5}, \\ y^2 + 2y - 3 = 0. \end{cases}$$

Корнями второго уравнения системы являются $y_1 = -3; y_2 = 1.$ Итак, третья машина догнала вторую после своего выезда из пункта А через один час; 60км/ч – скорость третьей машины.

Ответ: 1час, 60км/ч.

Движение по окружности.

Если два тела движутся по окружности радиуса R с постоянными скоростями v_1, v_2 в разных направлениях, то время между их встречами вычисляется по формуле $\dfrac{2\pi R}{v_1 + v_2}$.

Если два тела движутся по окружности радиуса R с постоянными скоростями v_1, v_2, причём $v_1 > v_2$ в одном направлении, то время между их встречами вычисляется по формуле $\dfrac{2\pi R}{v_1 - v_2}$.

Задача 4. Два тела, движущихся в разные стороны по окружности длиной 1 м с постоянными скоростями, встречаются каждые 6 сек. При движении в одну сторону первое тело догоняет второе каждые 48 сек. Найти линейные скорости этих тел.

Решение. Пусть скорости первого и второго тел равны *x* м/с и *y* м/с соответственно. По условию задачи получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x+y} = 6, \\ \dfrac{1}{x-y} = 48; \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y = \dfrac{1}{6}, \\ x - y = \dfrac{1}{48}; \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \dfrac{3}{32}, \\ y = \dfrac{7}{96}. \end{cases}$$

Итак, скорость первого тела равна $\dfrac{3}{32}$ м/с, а скорость второго $\dfrac{7}{96}$ м/с. Ответ: $\dfrac{3}{32}$ м/с, $\dfrac{7}{96}$ м/с.

Задача 5. Два спортсмена бегут по одной замкнутой дорожке на стадионе. Скорость каждого постоянна, но на пробег всей дорожки первый тратит на 10с меньше, чем второй. Если они начнут бег с общего старта в одном направлении, то еще раз встретятся через 720 с. Какую часть длины всей дорожки пробегает в секунду каждый?

Решение: Примем длину беговой дорожки за 1. Пусть t, с- время, необходимое первому спортсмену на пробег всей дорожки, тогда (t +10)с- время второго спортсмена.

$\frac{1}{t}$ м/с - скорость первого спортсмена, $\dfrac{1}{t+10}$ м/с - скорость второго спортсмена. По условию задачи:

$\dfrac{1}{\frac{1}{t} - \frac{1}{t+10}} = 720;$ $t^2 + 10t - 7200 = 0$; t_1 = -90<0- не удовлетворяет условию задачи; $t_2 = 80$

Итак, 80с требуется первому спортсмену на пробег всей дорожки. Второму спортсмену требуется 90с. Первый спортсмен в секунду пробегает $\frac{1}{80}$ всей дорожки, второй $\frac{1}{90}$ всей дорожки.

Ответ: $\frac{1}{80}$; $\frac{1}{90}$;

Задача 6. По двум концентрическим окружностям равномерно вращаются две точки. Одна из них совершает полный оборот на 5с быстрее, чем другая, и поэтому успевает сделать в 1 мин на два оборота больше. Сколько оборотов в минуту совершает каждая точка?

Решение: Пусть n-оборотов в 1 минуту совершает первая точка, тогда (n-2) оборота в 1 мин. совершает вторая точка.

1 мин = 60 сек. Тогда $\frac{n}{60}$ об/сек - скорость первой точки; $\frac{m-2}{60}$ об/сек - скорость второй точки. Пусть длина концентрической окружности равна 1, тогда по условию задачи:

$\frac{1}{\frac{n-2}{60}} - \frac{1}{\frac{n}{60}} = 5$. Отсюда, $\frac{60}{m-2} - \frac{60}{n} = 5$; $n^2 - 2n - 24 = 0$; $n_1 = -4 < 0$ не удовлетворяет условию задачи, $n_2 = 6$.

Итак, 6 оборотов в минуту совершает первая точка, тогда 4оборота в минуту совершает вторая точка.

Ответ: 6 оборотов; 4 оборота.

ЛИТЕРАТУРА

1. Егерев В.К., Зайцев В.В. и др. Сборник задач по математике для поступающих в вузы. Алгебра . Под редакцией М.И. Сканави. – М.: Издательский Дом ОНИКС: Альянс-В, 1999.
2. Лысенко Ф.Ф. , Кулабухов С.Ю. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2017. Профильный уровень. Учебно- методическое пособие. - Ростов- на –Дону: Легион, 2016г.-384с.
3. Ященко И.В. ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. – М.: Экзамен, 2017г.-247с.